



# Análisis de Datos y Probabilidad

El análisis de datos es el proceso de recopilación, organización, resumen e interpretación de datos. Éste es el corazón de la disciplina llamada estadística. En el contexto del análisis de datos, la probabilidad puede concebirse como el estudio de patrones potenciales en resultados que todavía no han sido observados.

En cuarto grado el área de contenido de análisis de datos y probabilidad se enfoca en la comprensión de los estudiantes de cómo se recopilan y organizan datos, cómo leer e interpretar varias representaciones de datos, y conceptos básicos de probabilidad. En octavo grado se pone énfasis en la habilidad de los estudiantes de utilizar una variedad de técnicas para organizar y resumir datos (incluyendo tablas, diagramas y gráficas), de analizar conclusiones estadísticas y de usar terminología más formal relacionada con probabilidad y análisis de datos.

Los temas secundarios en el área de contenido de análisis de datos y probabilidad son:

- Representación de datos
- Características de conjuntos de datos
- Experimentos y muestras
- Probabilidad

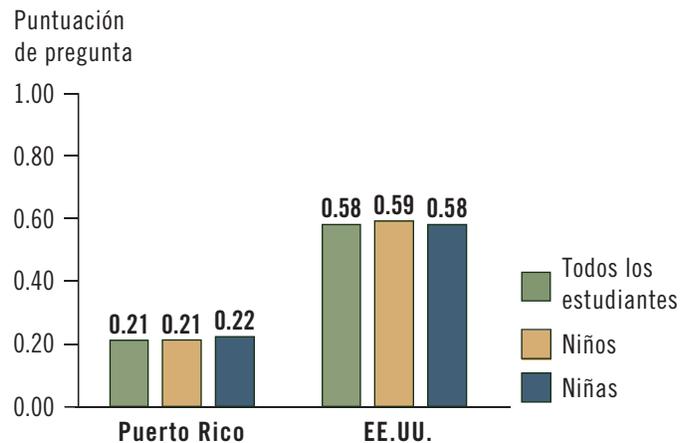
## Resultados de estudiantes

En Puerto Rico, los promedios de las puntuaciones de preguntas en el análisis de datos y probabilidad fueron 0.21 en cuarto grado y 0.24 en octavo grado (Figuras 9 y 10). En promedio, estas puntuaciones fueron inferiores a las de Estados Unidos.

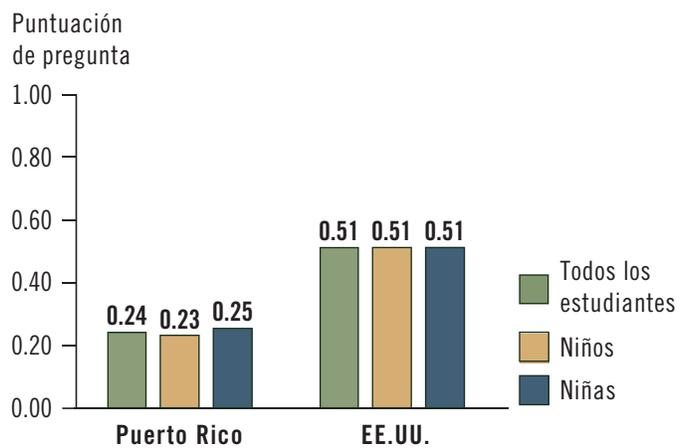
En Puerto Rico en cuarto grado no hubo diferencia significativa entre niños y niñas en el promedio de las puntuaciones de preguntas en análisis de datos y probabilidad. En octavo grado, la puntuación de las niñas en Puerto Rico fue superior a la de los niños. No hubo diferencia significativa entre las puntuaciones de niñas y de niños en Estados Unidos ni en cuarto ni en octavo grado.

En las páginas siguientes se muestran ejemplos de preguntas del área de contenido de análisis de datos y probabilidad en la evaluación de NAEP de matemáticas de 2007.

**Figura 9.** Promedio de las puntuaciones de preguntas de NAEP de matemáticas para análisis de datos y probabilidad en cuarto grado, por género: 2007



**Figura 10.** Promedio de las puntuaciones de preguntas de NAEP de matemáticas para análisis de datos y probabilidad en octavo grado, por género: 2007



FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007

El ejemplo de pregunta 13 abarca el tema secundario de representación de datos. Este tema secundario incluye preguntas sobre datos presentados en pictogramas, gráficas de barras, gráficas circulares, gráficas lineales, diagramas lineales, tablas y tabulaciones.

El ejemplo de pregunta 14 abarca el tema secundario de probabilidad. Este tema secundario incluye preguntas sobre pensamiento probabilístico informal y conteo o representación de resultados de eventos dados.



## Ejemplo de pregunta de selección múltiple

El ejemplo de pregunta 13 presenta un pictograma junto con una leyenda para interpretar los símbolos en la gráfica. La pregunta pide el número total de estudiantes representados por los símbolos, donde un símbolo completo representa 10 estudiantes y cada símbolo parcial representa 5 estudiantes. Ya que hay 9 símbolos completos y 2 símbolos parciales, hay un total de 100 estudiantes representados en la gráfica. El objetivo del marco teórico que se mide en esta pregunta consiste en resolver problemas mediante la estimación y el cómputo dentro de un solo conjunto de datos.

En Puerto Rico, 35 por ciento de los estudiantes de cuarto grado contestó esta pregunta correctamente (Opción B). Las opciones de respuestas incorrectas para la pregunta pueden resultar de errores de conteo y/o interpretación de símbolos.

### Porcentaje de estudiantes de cuarto grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Opción A	30	8
Opción B	35	84
Opción C	10	3
Opción D	20	4
Omitida	4	1

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido al redondeo.  
 FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007

## Ejemplo de pregunta 13

	Estudiantes de cuarto grado de la Escuela Smith
Automóvil	
Autobús	
A pie	

= 10 estudiantes  
 = 5 estudiantes

El pictograma de arriba muestra cómo llegan los estudiantes de cuarto grado a la Escuela Smith. Según el pictograma, ¿cuántos estudiantes de cuarto grado asisten a la Escuela Smith?

- A 95
- B 100
- C 105
- D 110

## Ejemplo de pregunta de respuesta construida

El ejemplo de pregunta 14 les pide a los estudiantes que marquen un dibujo de una rueda de juego de tal manera que la probabilidad de que se detenga en azul sea el doble de la probabilidad de que se detenga en rojo. Ya que la rueda de juego tiene 9 secciones, una rueda de juego marcada correctamente tendrá 6 secciones azules y 3 secciones rojas. Esta pregunta de respuesta construida extendida también les pide a los estudiantes que expliquen cómo obtuvieron la respuesta. El objetivo del marco teórico que se mide en esta pregunta es usar el pensamiento probabilístico informal para describir eventos aleatorios (o sea, probable e improbable, seguro e imposible).

Las respuestas de los estudiantes para esta pregunta fueron calificadas con la guía de calificación de cinco niveles que se muestra a la derecha. En Puerto Rico,

menos del 1 por ciento de las respuestas de los estudiantes de cuarto grado se calificó como “Extendida” y 1 por ciento se calificó como “Satisfactoria”.

**Extendida** Una respuesta con una rueda de juego correctamente marcada (6 secciones azules y 3 secciones rojas), el número correcto de azules (6) y de rojas (3) en las líneas de respuesta, y una explicación correcta y completa

**Satisfactoria** Una respuesta con una rueda de juego correctamente marcada y el número correcto de azules y de rojos en las líneas de respuesta, con una explicación incompleta

○ Una respuesta con una explicación correcta y completa indicando 6 azules y 3 rojos, pero la rueda de juego no se marcó, o el número de azules y rojos fue incorrecto o no dado en las líneas de respuesta

**Parcial** Una respuesta con una rueda de juego correctamente marcada y/o el número correcto de azules y rojos en las líneas de respuesta, pero la explicación fue incorrecta o no se dio

○ Una respuesta con una explicación correcta y completa que no tenía el número correcto de azules y rojos en las líneas de respuesta ni tampoco una rueda de juego correctamente marcada

**Mínima** Una respuesta que marcó la rueda de juego o indicó en las líneas de respuesta que había más azules que rojos en la rueda de juego, con una explicación relacionada con la probabilidad

○ Una respuesta con 6 rojos y 3 azules en la rueda de juego o en las líneas de respuesta, con una explicación relacionada con la probabilidad

○ Una respuesta que explicó un proceso de 2 rojos a 1 azul conforme a lo marcado en la rueda de juego

**Incorrecta** Todas las respuestas incorrectas

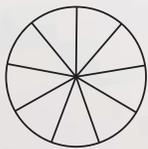
# Redondea a cero.

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido a que no se muestra un pequeño porcentaje de respuestas que no estaba relacionado con la tarea de la evaluación.

FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007

### Ejemplo de pregunta 14

Luis quiere hacer una rueda de juego en la que la probabilidad de que se detenga en azul sea el doble de la probabilidad de que se detenga en rojo. Va a escribir en cada sección o rojo (R) o azul (A). Muestra cómo puede marcar las secciones de la rueda.



Número de azules: \_\_\_\_\_

Número de rojos: \_\_\_\_\_

Explica cómo hallaste tu respuesta.

### Porcentaje de estudiantes de cuarto grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Extendida	#	8
Satisfactoria	1	11
Parcial	2	13
Mínima	2	3
Incorrecta	80	59
Omitida	15	5

El ejemplo de pregunta 15 abarca el tema secundario de representación de datos. Este tema secundario incluye preguntas sobre datos presentados en histogramas, gráficas lineales, diagramas de dispersión, diagramas de caja y bigote, gráficas circulares, diagramas de tallo y hojas, distribuciones de frecuencias, tablas y gráficas de barras.

El ejemplo de pregunta 16 abarca el tema secundario de las características de conjuntos de datos. Este tema secundario incluye preguntas sobre medidas estadísticas que describen conjuntos de datos, tales como media, mediana, moda, rango, rango intercuartil y desviación estándar; efecto de valores atípicos; y diagramas de dispersión.



## Ejemplo de pregunta de selección múltiple

El ejemplo de pregunta 15 les pide a los estudiantes que identifiquen una representación gráfica apropiada de un conjunto de datos de temperaturas registradas a lo largo del tiempo. Esta pregunta se incluyó en una sección que permitió el uso de una calculadora. El objetivo del marco teórico que se mide en esta pregunta es determinar si la información está representada efectiva y apropiadamente (histogramas, gráficas lineales, diagramas de dispersión, gráficas circulares y gráficas de barras) dado un conjunto de datos o una gráfica.

En Puerto Rico, 56 por ciento de los estudiantes de octavo grado contestó esta pregunta correctamente (Opción C). Las opciones incorrectas para la pregunta son varios tipos de gráficas de datos.

### Porcentaje de estudiantes de octavo grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Opción A	13	4
Opción B	20	4
Opción C	56	84
Opción D	3	3
Opción E	7	5
Omitida	1	1

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido al redondeo.  
 FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007

### Ejemplo de pregunta 15

¿Cuál de los siguientes tipos de gráficas sería mejor para mostrar los cambios de temperatura registrados en una ciudad cada 15 minutos durante un periodo de 24 horas?

- A Pictograma
- B Gráfica circular
- C Gráfica lineal
- D Diagrama de caja y bigote
- E Diagrama de tallo y hojas

## Ejemplo de pregunta de respuesta construida

El ejemplo de pregunta 16 está ambientado en un contexto del mundo real y requiere que los estudiantes razonen sobre medidas de tendencia central —en este caso, la media y la mediana. Una respuesta correcta para esta pregunta requiere entender que 10 clientes el Día 4 es un valor atípico para este conjunto de datos y por lo tanto distorsiona la media. Esta pregunta se incluyó en una sección que permitió el uso de una calculadora. El objetivo del marco teórico para esta pregunta les pide a los estudiantes que calculen, usen o interpreten media, mediana, moda o rango.

Las respuestas de los estudiantes a esta pregunta fueron calificadas con la siguiente guía de calificación de tres niveles:

**Correcta** Una respuesta que plantea que la mediana representa mejor el número típico de clientes, con una explicación que indica que un número (10) que es muy diferente de los otros tiene un efecto sobre la media pero no sobre la mediana

**Parcial** Una respuesta que plantea que la mediana representa mejor el número típico de clientes, con una explicación incompleta, incorrecta o faltante

O

Una respuesta que plantea que la media representa mejor el número típico de clientes, con una explicación que indica que un número (10) que es muy diferente de los otros tiene un efecto sobre la media pero no sobre la mediana

**Incorrecta** Todas las respuestas incorrectas

En Puerto Rico, menos del 1 por ciento de las respuestas de los estudiantes de octavo grado se calificó como “Correcta” y 20 por ciento se calificó como “Parcial”.

### Ejemplo de pregunta 16

La tabla de abajo muestra el número de clientes en la tienda de bicicletas de Manuel durante 5 días. Esta tabla también muestra la media (el promedio) y la mediana del número de clientes durante esos 5 días.

Número de clientes de la tienda de bicicletas de Manuel	
Día 1	100
Día 2	87
Día 3	90
Día 4	10
Día 5	91
Media (promedio)	75.6
Mediana	90

¿Cuál medida, el promedio o la mediana, representa mejor el número típico de clientes en la tienda de bicicletas de Manuel esos 5 días?

Explica tu razonamiento.

### Porcentaje de estudiantes de octavo grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Correcta	#	5
Parcial	20	21
Incorrecta	49	68
Omitida	30	6

# Redondea a cero.

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido a que no se muestra un pequeño porcentaje de respuestas que no estaba relacionado con la tarea de la evaluación.

FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007



Foto de Norma Curet, Oficina de Comunicaciones, Departamento de Educación de Puerto Rico

# Álgebra

Los conceptos de álgebra brindan a los estudiantes una poderosa herramienta para comprender matemáticas. Uno de los enfoques principales del estudio del álgebra es la representación, por ejemplo, usando variables, funciones y geometría de coordenadas. El álgebra simbólica ofrece, fácil y eficazmente, métodos para representar problemas y resolver ecuaciones.

En cuarto grado los estudiantes son evaluados en su comprensión de representaciones algebraicas, patrones y reglas; graficar puntos en una línea o en una cuadrícula; y el uso de símbolos para representar cantidades desconocidas. En cuarto grado, en el área de contenido de álgebra una gran parte del énfasis se pone en el reconocimiento, la descripción y la extensión de patrones y reglas. En octavo grado, el énfasis se pone en la comprensión de los estudiantes de patrones y

funciones; representaciones algebraicas; expresiones algebraicas, ecuaciones y desigualdades; y linealidad, incluyendo pendiente.

**Los temas secundarios en el área de contenido de álgebra son:**

- Patrones, relaciones y funciones
- Representaciones algebraicas
- Variables, expresiones y operaciones
- Ecuaciones y desigualdades

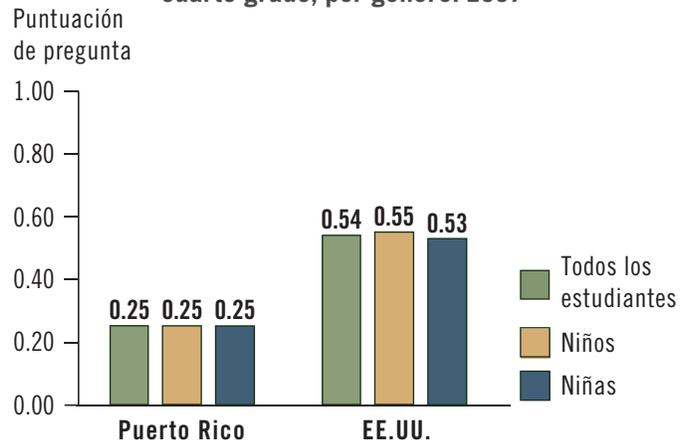
## Resultados de estudiantes

En Puerto Rico, los promedios de las puntuaciones de preguntas en álgebra fueron 0.25 en cuarto grado y 0.23 en octavo grado (Figuras 11 y 12). Ambas puntuaciones fueron inferiores a las de Estados Unidos.

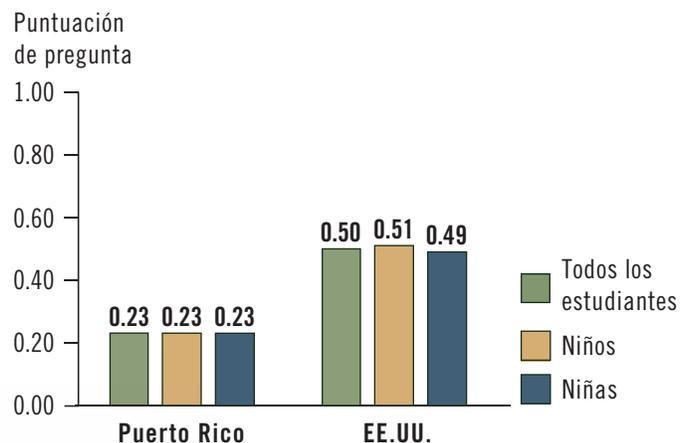
En Puerto Rico, en ambos grados, el promedio de las puntuaciones de preguntas en álgebra de los niños no fue significativamente diferente al de las niñas. Los resultados por género de los estudiantes en Estados Unidos variaron por grado. La puntuación de los niños fue superior a la de las niñas en octavo grado pero no mostró diferencia significativa en cuarto grado.

En las páginas siguientes se muestran ejemplos de preguntas del área de contenido de álgebra en la evaluación de NAEP de matemáticas de 2007.

**Figura 11. Promedio de las puntuaciones de preguntas de NAEP de matemáticas para álgebra en cuarto grado, por género: 2007**



**Figura 12. Promedio de las puntuaciones de preguntas de NAEP de matemáticas para álgebra en octavo grado, por género: 2007**



FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007



El ejemplo de pregunta 17 abarca el tema secundario de patrones, relaciones y funciones. Este tema secundario incluye preguntas sobre reconocimiento, descripción y extensión de patrones y reglas.

El ejemplo de pregunta 18 abarca el tema secundario de variables, expresiones y operaciones. Este tema secundario incluye preguntas sobre la representación de cantidades desconocidas con símbolos y la expresión de relaciones matemáticas simples en expresiones numéricas.



## Ejemplo de pregunta de selección múltiple

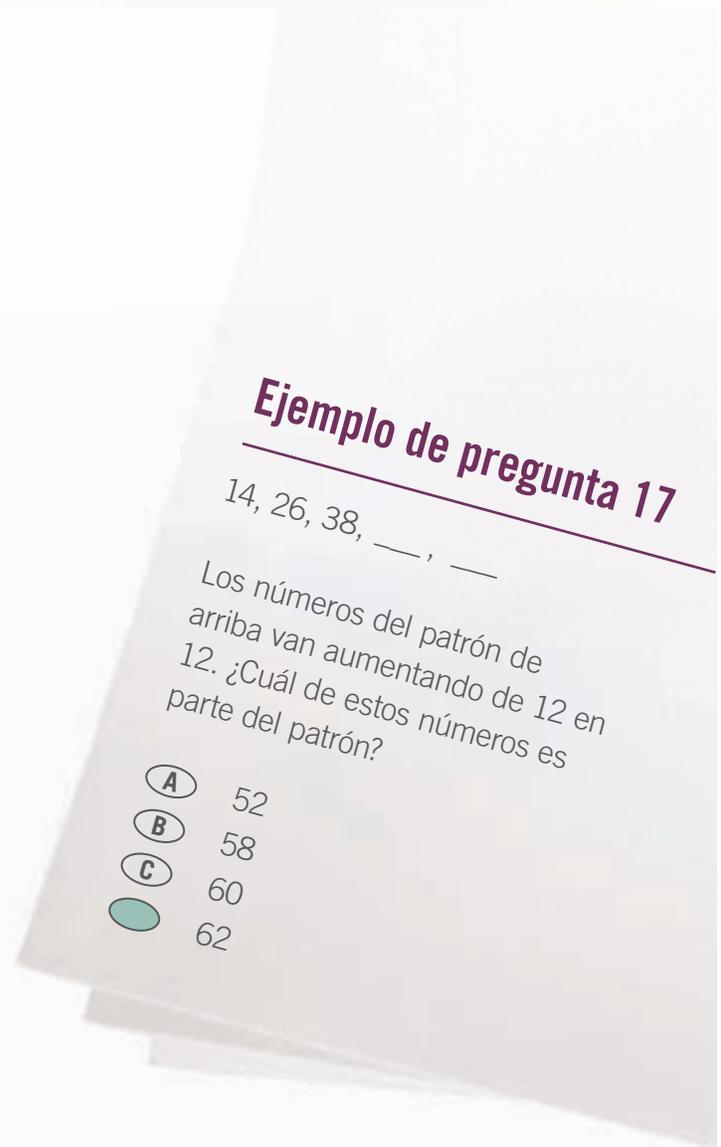
El ejemplo de pregunta 17 describe un patrón y les pide a los estudiantes que identifiquen un número a incluir en la secuencia generada por el patrón. Se dan los tres primeros términos de la secuencia (14, 26, 38), y al aplicar la regla surgen los dos siguientes términos en la secuencia: 50 y 62. El objetivo del marco teórico que se mide en esta pregunta es extender o encontrar un término omitido en un patrón o una secuencia dada una descripción.

En Puerto Rico, 27 por ciento de los estudiantes de cuarto grado contestó esta pregunta correctamente (Opción D). Las opciones incorrectas de respuesta para la pregunta pueden resultar del cómputo incorrecto de los términos subsiguientes de la secuencia.

### Porcentaje de estudiantes de cuarto grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Opción A	36	30
Opción B	13	4
Opción C	11	7
Opción D	27	55
Omitida	14	3

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido al redondeo.  
 FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007



## Ejemplo de pregunta de selección múltiple

El ejemplo de pregunta 18 presenta una balanza equilibrada con cubos que pesan 3 libras y un cilindro que pesa  $N$  libras. La pregunta pide una expresión numérica (ecuación) que modele la situación. Esta pregunta se incluyó en una sección que permitió el uso de una calculadora. El objetivo del marco teórico que se mide en esta pregunta abarca la expresión de relaciones matemáticas simples usando expresiones numéricas.

En Puerto Rico, 56 por ciento de los estudiantes de cuarto grado contestó esta pregunta correctamente (Opción A). A continuación se presentan algunos conceptos equivocados representados por las opciones de respuesta incorrecta para esta pregunta:

- La ecuación indica el número de cubos en el lado derecho de la balanza en vez del peso total (12) de estos cubos (Opción B).
- La ecuación indica el número de cubos en el lado izquierdo de la balanza en vez del peso total (6) de estos cubos (Opción C).
- La ecuación indica el número de cubos en ambos lados de la balanza en vez del peso total de estos cubos (Opción D).

### Porcentaje de estudiantes de cuarto grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Opción A	56	79
Opción B	16	5
Opción C	17	9
Opción D	9	5
Omitida	1	2

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido al redondeo.

FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007

## Ejemplo de pregunta 18



Las pesas de la balanza de arriba están equilibradas. Cada cubo pesa 3 libras. El cilindro pesa  $N$  libras. ¿Cuál expresión numérica describe mejor esta situación?

- $6 + N = 12$
- B**  $6 + N = 4$
- C**  $2 + N = 12$
- D**  $2 + N = 4$



El ejemplo de pregunta 19 abarca el tema secundario de ecuaciones y desigualdades. Este tema secundario se enfoca en preguntas sobre ecuaciones lineales y desigualdades, gráficas de líneas y el uso de fórmulas comunes.

El ejemplo de pregunta 20 abarca el tema secundario de las representaciones algebraicas. Este tema secundario incluye preguntas sobre el análisis, la interpretación y la conversión de diferentes representaciones (simbólicas, gráficas, tabulares, verbales y pictóricas) de una relación lineal; la representación de puntos en un sistema rectangular de coordenadas; y el reconocimiento de relaciones no lineales comunes en contextos significativos.



## Ejemplo de pregunta de selección múltiple

El ejemplo de pregunta 19 presenta la ecuación de una línea en el plano de coordenadas  $xy$  y les pide a los estudiantes que identifiquen la gráfica de la ecuación. El objetivo del marco teórico para esta pregunta consiste en interpretar relaciones entre expresiones lineales simbólicas y gráficas de líneas al identificar y calcular la pendiente y los interceptos (por ejemplo, sabiendo en  $y = ax + b$ , que  $a$  es la tasa de cambio y  $b$  es el intercepto vertical de la gráfica).

En Puerto Rico, 13 por ciento de los estudiantes de octavo grado contestó esta pregunta correctamente (Opción A). Las opciones incorrectas de respuesta para la pregunta son otras líneas en el plano.

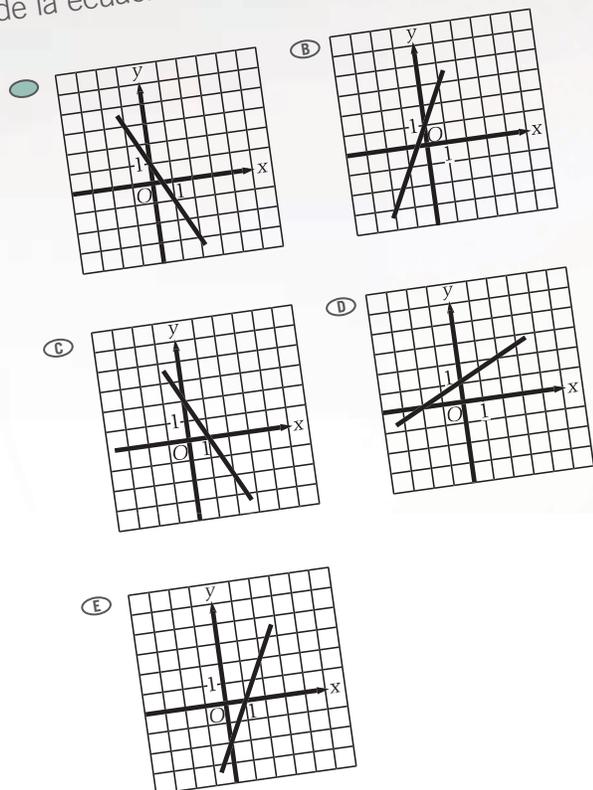
### Porcentaje de estudiantes de octavo grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Opción A	13	25
Opción B	19	15
Opción C	23	15
Opción D	25	31
Opción E	17	13
Omitida	3	1

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido al redondeo.  
 FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007

## Ejemplo de pregunta 19

¿Cuál de las siguientes es la gráfica de la ecuación lineal  $y = -2x + 1$  ?



## Ejemplo de pregunta de selección múltiple

El ejemplo de pregunta 20 les pide a los estudiantes que identifiquen si expresiones algebraicas dadas son equivalentes a la expresión  $2x$  para todos los valores de  $x$ . Esta pregunta se incluyó en una sección que permitió el uso de una calculadora. El objetivo del marco teórico que se mide en esta pregunta es hacer conversiones entre diferentes representaciones de expresiones lineales usando símbolos, gráficas, tablas, diagramas o descripciones escritas.

En Puerto Rico, 8 por ciento de los estudiantes en octavo grado identificó correctamente si las tres expresiones son o no equivalentes a  $2x$ . A continuación se muestra el porcentaje de estudiantes que respondió correctamente a cada parte de la pregunta. La respuesta correcta para las partes (a) y (b) de esta pregunta es “Sí” y la respuesta correcta a la parte (c) es “No”.

	Puerto Rico	EE.UU.
<b>Parte (a)</b>		
Correcta	76	90
Incorrecta	16	8
Omitida	8	2
<b>Parte (b)</b>		
Correcta	24	40
Incorrecta	57	54
Omitida	18	6
<b>Parte (c)</b>		
Correcta	40	65
Incorrecta	38	28
Omitida	21	6

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido al redondeo.

### Porcentaje de estudiantes de octavo grado en cada categoría de respuesta: 2007

	Puerto Rico	EE.UU.
Tres correctas	8	30
Dos correctas	34	38
Una correcta	48	28
Ninguna correcta	7	2
Omitida	3	1

NOTA: Puede que los porcentajes no sumen 100 debido al redondeo.

FUENTE: Departamento de Educación de EE.UU., Instituto de Ciencias de la Educación, Centro Nacional para Estadísticas de la Educación, Evaluación Nacional del Progreso Educativo (NAEP), Evaluación de Matemáticas de 2007

## Ejemplo de pregunta 20

Considera cada una de las siguientes expresiones. ¿Equivale cada expresión a  $2x$  para todos los valores de  $x$ ?

Llena un óvalo para indicar Sí o NO para cada expresión.

- |                 | Sí                               | No                               |
|-----------------|----------------------------------|----------------------------------|
| (a) $2$ por $x$ | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| (b) $x$ más $x$ | <input checked="" type="radio"/> | <input type="radio"/>            |
| (c) $x$ por $x$ | <input type="radio"/>            | <input checked="" type="radio"/> |